

**Силабус**  
**навчальної дисципліни**  
**«Елементи тензорного числення та його застосування»**

<b>рівень вищої освіти</b>	перший (бакалаврський) рівень
<b>галузь знань</b>	01 Освіта/Педагогіка
<b>спеціальність (предметна спеціальність)</b>	014.04 Середня освіта (Математика)
<b>освітня програма</b>	Математика та інформатика
<b>вид дисципліни</b>	Вибіркова
<b>факультет</b>	факультет математики та інформатики

**Розробники програми:**

Віктор Лисиця, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики та інформатики, [lysytysya@karazin.ua](mailto:lysytysya@karazin.ua),  
Сергій Загороднюк, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики та інформатики, [zagorodnyuk@karazin.ua](mailto:zagorodnyuk@karazin.ua)

**1. Опис навчальної дисципліни**

**1.1. Метою викладання навчальної дисципліни «Елементи тензорного числення та його застосування» є:**

забезпечення високого рівня підготовки студентів з математики, необхідного для успішного опанування професією вчителя математики; досягнення високого рівня сучасних математичних знань, вміння користуватися розвиненим математичним апаратом тензорів.

**1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни «Елементи тензорного числення та його застосування» є:**

ознайомлення студентів із ідеями та методами тензорного числення;  
ознайомлення майбутніх учителів з застосуваннями тензорів у геометрії, механіці та інших розділах математики та фізики;  
навчити студентів розв'язувати базові задачі по роботі з тензорами.

**1.3. Кількість кредитів – 5.**

**1.4. Загальна кількість годин – 150.**

**2. Тематичний план навчальної дисципліни**

**Розділ 1. Евклідовий простір, тензори та їх властивості**

**Тема 1. Евклідов простір  $E_n$**

Векторний простір. Базиси. Розмірність. Означення евклідового простору.

Основний та дуальний базиси. Контраваріантні та коваріантні компоненти. Перетворення координат. Правило Ейнштейна.

### ***Тема 2. Тензори та операції над ними***

Тензорний добуток евклідових просторів. Означення тензору. Ранг тензору. Перетворення координат тензору. Піднімання та опускання індексів.

### ***Тема 3. Операції над тензорами***

Множення тензорів. Згортання тензору. Векторний добуток тензорів. Тензор Леві-Чівіта.

### ***Тема 4. Операції над матрицями та основні класи матриць***

Основні матричні операції. Обернена матриця. Симетричні, ортогональні, ермітові та нормальні матриці. Властивості симетричних та кососиметричних матриць

### ***Тема 5. Тензори рангу 2***

Симетричні та антисиметричні тензори. Зв'язок з алгеброю матриць. Власні значення та власні вектори тензорів другого рангу. Головні інваріанти тензору другого рангу  $I_1, I_2, I_3$ . Приведення тензору до діагонального виду. Теорема Гамільтона-Келі.

## **Розділ 2. Застосування тензорів у дослідженні фізичних явищ та процесів у просторі**

### ***Тема 6. Скалярні та векторні поля***

Опис властивостей області в просторі за допомогою скалярних, векторних та тензорних величин. Часткові похідні, градієнт, дивергенція та ротор. Стаціонарні поля. Векторні поля. Потенційні та соленоїдальні векторні поля.

### ***Тема 7. Тензорні поля***

Градієнт, дивергенція та ротор  $\text{div}(\cdot)$ ,  $\text{grad}(\cdot)$ ,  $\text{rot}(\cdot)$  для тензорів.

### ***Тема 8. Криволінійні системи координат***

Циліндрична система координат. Сферичні координати. Градієнт, дивергенція та ротор у криволінійних системах координат. Коваріантне диференціювання. Символ Крістоффеля або коефіцієнт зв'язності простору.

### ***Тема 9. Інтегральні теореми векторного і тензорного аналізу***

Подання оператора Лапласа в декартових координатах. Інваріантне подання оператору Лапласа. Циркуляція вектору по контуру. Теорема Стокса. Теорема Остроградського-Гаусса та її розширення на тензори більш високого рангу ніж вектори.

### **Тема 10. Полілінійні форми**

Лінійні форми та їх представлення. Білінійні та полілінійні форми. Означення тензорів через полілінійні форми. Характеристична властивість тензорів у термінах зміни базису.

### **Методи навчання**

Форми навчання: лекції (розкриваються принципові та найбільш важливі аспекти визначених тем) із застосуванням мультимедійних засобів навчання; інтерактивні практичні заняття з елементами теоретичних питань.

Різні групи методів: 1) методи організації та здійснення навчально-пізнавальної діяльності (розповідь-пояснення, бесіда, лекція, ілюстрація, демонстрація, вправи, індукція, дедукція), 2) методи стимулювання й мотивації навчально-пізнавальної діяльності (використання дидактичних ігор, перегляд відеороликів), 3) методи контролю/самоконтролю, корекції/самокорекції за ефективністю навчально-пізнавальної діяльності (виконання самостійних завдань, участь у пізнавальних іграх, виконання групових завдань), 4) інтегровані методи (комплексне поєднання кількох методів).

## **3. Методи контролю**

Контроль знань з навчальної дисципліни визначає відповідність рівня отриманих студентами знань, вмінь та навичок вимогам нормативних документів з вищої освіти. Навчальним планом та програмою навчальної дисципліни передбачені різні види завдань. За виконання різних видів завдань протягом семестру студенти набирають певну суму балів, яка дозволяє (або не дозволяє) скласти залік.

*Поточний контроль* - усні опитування на лекціях за контрольними та програмними питаннями поточної та попередніх тем; оцінювання ступеню активності студентів та якості їх виступів на практичних заняттях. Передбачені контрольні роботи.

## **4. Схема нарахування балів**

Поточний контроль та самостійна робота	контрольні роботи	Поточний контроль	залік
--	-------------------	-------------------	-------

Розділ 1					Розділ 2							
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	60	40	100
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			

5.

### 6. Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
	для дворівневої шкали оцінювання (курсова робота)
90 – 100	зараховано
70 – 89	
50 – 69	
1– 49	не зараховано

### 9. Рекомендована література

#### Базова

1. Нікулін О.В., Наконечна Т.В. Основи векторного та тензорного числення: теоретичні відомості та тести / Дніпропетровськ: Видавець Біла К.О., 2011, 72 с.
2. Разумова М.А., Хотяїнцев В.М. Основи векторного і тензорного аналізу. Навчальний посібник / Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2011. 216 с.
3. Лиман Ф.М. Основи векторного та тензорного аналізу. Навчальний посібник / Суми: СумДПУ імені А.С.Макаренка, 2005. – 84 с.

#### Допоміжна

1. Kees Dullemond & Kasper Peeters. Introduction to Tensor Calculus / booklet, ©1991-2010, 53 pp.